

МОДЕЛЮВАННЯ ДИНАМІКИ РИНКІВ ТОВАРІВ, ГРОШЕЙ І ПРАЦІ В ПЕРІОД ГЛОБАЛІЗАЦІЇ

Розглянуто вплив зовнішніх факторів, пропорційних кубу та квадрату зміщень від станів рівноваги ринків товарів, грошей та праці, на їх коливання. Проведено дослідження потенціальної функції процесу, яка дозволяє якісно визначати стійкість системи. В запропонованій динамічній моделі показано, що ці нелінійні ефекти можуть приводити як до зростання амплітуди, так і до стабілізації нелінійних коливань ринків.

Рассмотрено влияние внешних факторов, пропорциональных кубу и квадрату смещений от состояний равновесий рынков товаров, денег и труда, на их колебания. Проведено исследование потенциальной функции процесса, которая позволяет качественно определять устойчивость системы. В предложенной динамической модели показано, что эти нелинейные эффекты могут приводить как к возрастанию амплитуды, так и к стабилизации нелинейных колебаний рынков.

The article analyses the influence that forces proportional to the second and third power of the displacement from equilibrium of the markets of finances, commodities and labour have on the oscillations of these markets. An investigation of the potential function is performed, which allows for a qualitative analysis of the stability of the system. In the presented dynamic model it is shown that these non-linear effects can lead either to an increase of the amplitude or a stabilization of the non-linear oscillations of the markets.

Постановка проблеми. В період глобалізації світової економіки Україна стає повноправним учасником цього процесу. У 2008 році Україна вступила до СОТ. Держави-учасниці митного союзу в рамках Євразійського економічного співтовариства, до якого належать Росія, Білорусь та Казахстан, є важливими торгівельно-економічними партнерами України [1,2]. Міжнародна інтеграція має як позитивні, так і негативні риси, які, в першу чергу, пов'язані з кризовими явищами, вплив яких швидко розповсюджується між взаємодіючими країнами [3]. Таким чином різка зміна економічних станів провідних країн світу призводить до коливань ринків грошей, товарів та праці в інших країнах. Вивчення таких динамічних процесів безумовно є актуальним.

Аналіз попередніх робіт. Динамічні моделі ринкової економіки представлені в роботах [4-6]. Класична, кейнсіанська та павутиноподібна (cobweb) [7-10], монетаристська динамічні моделі [11,12] розглядають попит та пропозицію ринків праці, грошей, товарів, їх стани рівноваги, які не визначають прямої залежності економічних показників від часу. В останні роки С. Лондар та О. Деревко [13] на основі монетаристського підходу дослідили попит на гроші в Україні. Х. Павлик [14] застосував кейнсіанську та павутиноподібну моделі для дослідження сукупних попиту та пропозиції у трансформаційний період. На незбалансованість попиту та пропозиції робочої сили на територіальних ринках праці України, особливо в її індустріальних районах вказано в роботі С. Бандура [15]. О. Астахова [16] відмічає, що сучасний український ринок праці характеризується тим, що працівники залишилися практично один на один із роботодавцями при дуже слабких соціальних гарантіях з боку держави. Лінійна модель коливання у часі ринків праці, грошей і товарів біля станів рівноваги та їх взаємодії представлена в роботах [17-19], а вплив нелінійних ефектів на стабільність ринків — в роботі [20]. Однак, в останній за посиланням роботі, розглянуто тільки частковий випадок.

Метою даної роботи є якісне дослідження загального випадку впливу зовнішніх дій, пропорційних квадрату та кубу зміщень від точок рівноваги, на коливання ринків праці, грошей та товарів біля станів рівноваги.

Виклад основного матеріалу. В умовах глобалізації ринки країн в будь-якій динамічній моделі економіки пов'язані між собою, можуть зміщуватись від своїх станів рівноваги та здійснювати біля них коливання. Такі процеси можуть бути аналітично промодельовані диференціальними рівняннями другого порядку за часом — рівняннями руху:

$$\ddot{x} = f(x) = -(kx + \alpha x^2 + \beta x^3) \quad (1)$$

Тут x — зміщення від точки рівноваги, \ddot{x} — друга похідна від x за часом (прискорення системи), k, α, β — константи, які залежать від зовнішніх дій на попит та пропозицію ринків.

Методи дослідження таких рівнянь приведені в багатьох підручниках і монографіях [21,22]. Стійкість ринків якісно можна визначити через потенціальну функцію $u(x)$:

$$u(x) = -\int f(x) dx = \frac{kx^2}{2} + \frac{\alpha x^3}{3} + \frac{\beta x^4}{4} \quad (2)$$

З рівнянь

$$x = 0, \dot{x} = y = 0, \ddot{x} = -\partial u / \partial x = -(kx + \alpha x^2 + \beta x^3) = 0 \quad (3)$$

знайдемо особливі точки. Умова $\partial^2 u / \partial x^2 < 0$ для цих точок визначає точки типу сідло (нестабільний стан рівноваги, рух інфінітний), а $\partial^2 u / \partial x^2 > 0$ — точки типу центр (стабільний стан рівноваги, рух фінітний). Розв'язок рівнянь (3) дає три особливі точки:

$$x_1 = 0, x_{\pm} = \frac{-\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - 4\alpha\beta}}{2\beta} \quad (4)$$

Знаки «+» та «-» відповідають знакам перед радикалом. Дійсні значення для x можуть бути у випадках $\alpha^2 > |4k\beta|$, або коли β та k мають протилежні знаки.

Для значень $k > 0$ та кінцевих значень α і β потенціальна функція, особливі точки, їх властивості, стабільність системи, рух якої описується рівнянням (1), розглянуто в роботі [20]. Залежність $u(x)$ при $k > 0$ представлена на рис. 1.

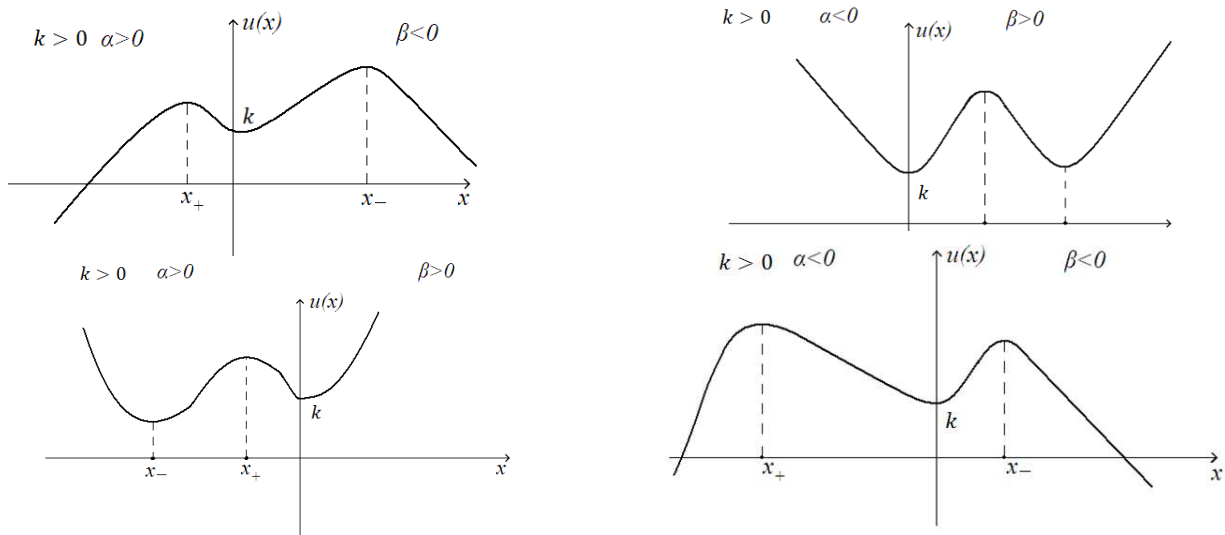


Рис. 1. Потенціальна функція $u(x)$ при $k > 0$ та різних значеннях α і β

Додамо до тих результатів дослідження потенціальної функції при граничних значеннях параметрів α та β .

При $x_1 = 0$ виконується нерівність $\partial^2 u / \partial x^2 > 0$, тому особлива точка є точкою типу центр і рух біля неї фінітний (стабільний стан рівноваги).

У випадку $\alpha > 0$ та $\beta < 0$ маємо $x_+ < 0, x_- > 0$ ($|x_-| > |x_+|$). В обох точках

$\partial^2 u / \partial x^2 < 0$, тому ці точки типу сідло і рух біля них інфінітний (нестабільний стан рівноваги). Коли $\beta \rightarrow 0$, то $x_+ \approx -k/\alpha$, а $x_- \rightarrow +\infty$. Для $x > 0$ навіть при значних відхиленнях система може повертатися у бік стану рівноваги $x = 0$. При $\alpha \rightarrow 0$ точки x_+ та x_- ($|x_+| = x_- \approx \sqrt{k/\beta}$) стають симетричними відносно $x = 0$.

У випадку $\alpha > 0$ та $\beta > 0$ особливі точки $x_+ < 0$, $x_- < 0$ ($|x_-| > |x_+|$). Точка x_+ є точкою типу сідло ($\partial^2 u / \partial x^2 < 0$), а x_- — типу центр ($\partial^2 u / \partial x^2 > 0$). При $\beta \rightarrow 0$ $x_+ \approx -k/\alpha$, а $x_- \rightarrow -\infty$. Умови стабільності біля точки $x = 0$ практично не змінюються.

При $\alpha < 0$ та $\beta > 0$ значення x_- і x_+ позитивні ($x_+ > x_-$), x_- — точка типу сідло ($\partial^2 u / \partial x^2 < 0$), x_+ — точка типу центр ($\partial^2 u / \partial x^2 > 0$). Коли $\beta \rightarrow 0$, то $x_+ \rightarrow +\infty$, а $x_- \approx k/|\alpha|$. Рух системи біля точки рівноваги залежить від близькості x_- до $x = 0$, тобто від параметрів k та α .

Особливі точки $x_- > 0$ та $x_+ < 0$ при $\alpha < 0$ та $\beta < 0$ відповідають точкам типу сідло ($\partial^2 u / \partial x^2 < 0$). В них стан рівноваги нестабільний. При $\beta \rightarrow 0$ $x_+ \rightarrow -\infty$, а $x_- \approx k/|\alpha|$. Таким чином, значні відхилення у бік $x < 0$ можуть не приводити до дестабілізації системи, якщо при русі у бік $x > 0$ значення x будуть зменшуватися, щоб система не перейшла до інфінітного руху біля точки типу сідло x_- .

Відзначимо, що при $\alpha^2 < |4k\beta|$ та однакових значеннях k та β система стабільна і має тільки одну особливу точку $x = 0$ типу центр.

Розглянемо випадок $k < 0$. Точка $x_1 = 0$ виявляється точкою типу сідло ($\partial^2 u / \partial x^2 < 0$), рух біля цієї точки інфінітний (стан рівноваги нестабільний). При $\alpha = \beta = 0$ система завжди нестабільна.

Залежність потенціальної функції від зміщення x та фазовий портрет системи (y — функція від x) представлені на рис. 2 — 5 для різних значень α та β .

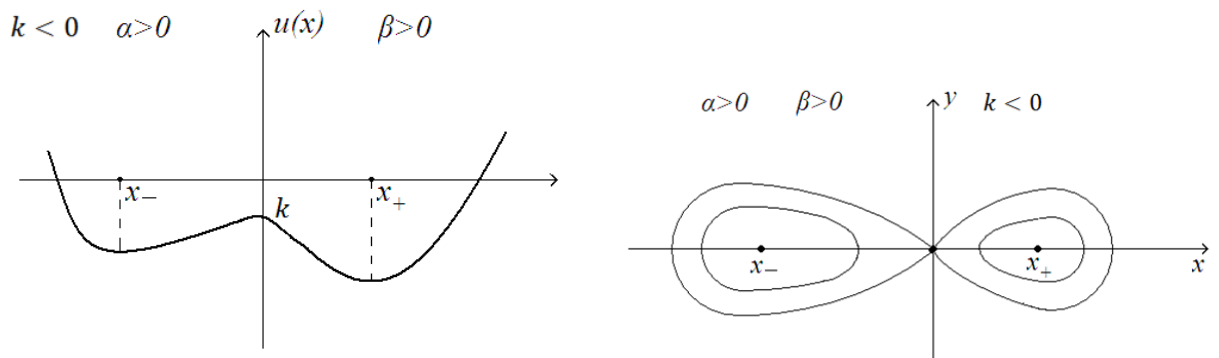


Рис. 2. Потенціальна функція $u(x)$ та фазовий портрет $y(x)$ у випадку $k < 0, \alpha > 0, \beta > 0$.

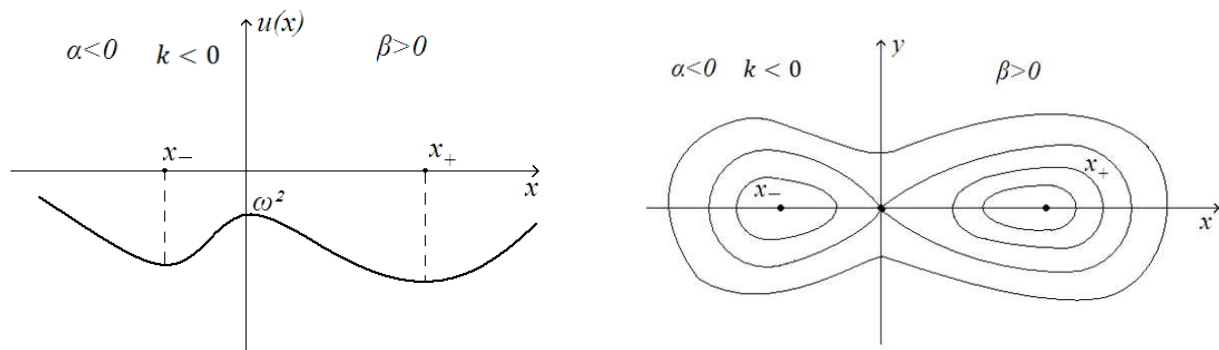


Рис. 3. Потенціальна функція $u(x)$ та фазовий портрет $y(x)$ у випадку $k < 0, \alpha < 0, \beta > 0$.

При $\beta > 0$ маємо $x_+ > 0, x_- < 0$. Точки x_- та x_+ є точками типу центр. Рух біля цих точок фінітний. Для $\alpha > 0$ — $|x_-| > |x_+|$ та при $\beta \rightarrow 0$ $x_+ \approx |k|/\alpha, x_- \rightarrow -\infty$. Коли $\alpha < 0$, то $|x_-| < |x_+|$, а при $\beta \rightarrow 0$ $x_+ \rightarrow +\infty, x_- \approx -|k|/|\alpha|$.

Відзначимо, що на рис. 2 — 5 на фазових портретах при $y > 0$ система рухається праворуч, а при $y < 0$ — ліворуч.

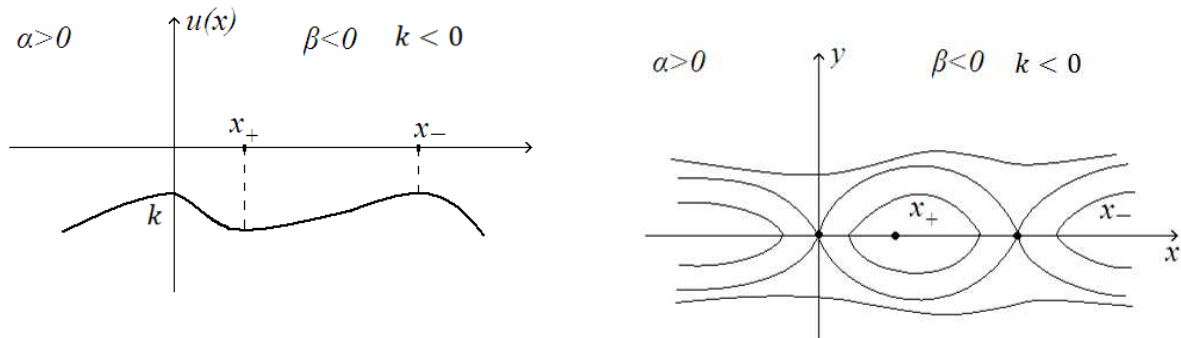


Рис. 4. Потенціальна функція $u(x)$ та фазовий портрет $y(x)$ у випадку $k < 0, \alpha > 0, \beta < 0$.

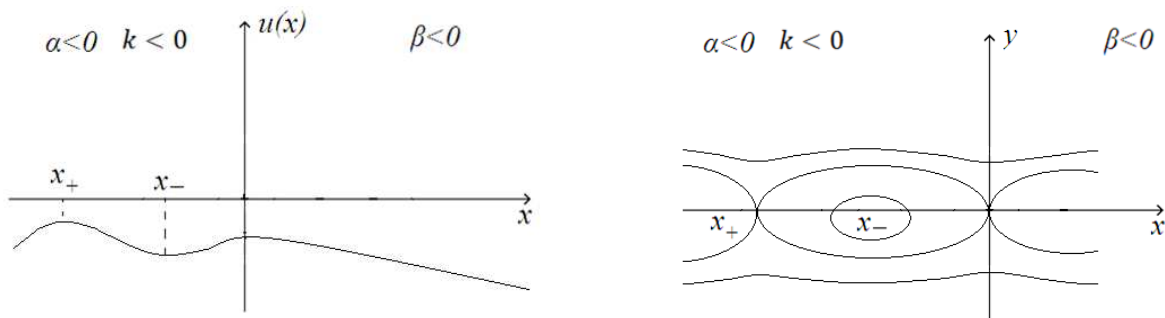


Рис. 5. Потенціальна функція $u(x)$ та фазовий портрет $y(x)$ у випадку $k < 0, \alpha < 0, \beta < 0$.

У випадку $\beta < 0$ особливі точки x_+, x_- — більше нуля при $\alpha > 0$ ($|x_-| > |x_+|, x_+$ — центр, x_- — сідло) і менше нуля при $\alpha < 0$ ($|x_-| < |x_+|, x_+$ — сідло, x_- — центр). При $\beta \rightarrow 0$ та $\alpha > 0$: $x_+ \approx |k|/\alpha, x_- \rightarrow +\infty$, а при $\beta \rightarrow 0$ та $\alpha < 0$: $x_- \approx -|k|/|\alpha|, x_+ \rightarrow -\infty$. Коли $\alpha \rightarrow 0$ при $\beta > 0$: $x_+ \approx \sqrt{|k|/\beta}, x_- \approx -\sqrt{|k|/\beta}$.

Дослідження показують, що при $k < 0$ у випадках $\alpha > 0, \beta > 0$ та $\alpha < 0, \beta < 0$, особливо, коли x_- і x_+ розташовані поблизу точки $x = 0$, система може перейти з нестабільного стану до фінітного руху біля точок рівноваги — центрів x_-, x_+ . Коли $\beta < 0$, система може теж переходити до фінітного руху біля точок рівноваги — центр: $x_+(\alpha > 0)$ при русі системи праворуч від $x = 0$ та $x_-(\alpha < 0)$ при русі системи у бік $x < 0$ від $x = 0$, якщо швидкість системи при цьому буде зменшуватись.

Треба відзначити, що при $k < 0$ та $\alpha = \beta = 0$ стан системи завжди нестійкий. Якщо $k = 0$, то особлива точка $x_- \approx -\alpha/\beta$ буде центром при $\beta > 0$ ($\partial^2 u / \partial x^2 = \alpha^2 / \beta > 0$), а при $\beta < 0$ — сідлом ($\partial^2 u / \partial x^2 < 0$).

Таким чином біля точок типу центр рух системи фінітний — стійкий стан рівноваги.

Через точки типу сідло проходять незамкнуті траєкторії. Ці точки відповідають нестійким станам рівноваги. Спільна траєкторія фінитного та інфінитного руху називається сепаратрисою. При збільшенні зміщень x біля стійкого стану рівноваги коливання можуть стати нестійкими, якщо фазові траєкторії будуть наближуватися до сепаратрис.

Проведені дослідження показують, що навіть якісний розгляд потенціальної функції системи, характеристик точок рівноваги, які залежать від зовнішніх параметрів — дій учасників процесу (коливання ринків) дає можливість оцінити стійкість динамічної системи, прийняти відповідні дії для забезпечення стабільності економіки. Звертає на себе увагу те, що зовнішні дії, пропорційні квадрату та кубу зміщень ринків, можуть стабілізувати нестійкі коливання ринків.

Силу $f(x)$ у рівнянні (1) можна визначити за даними моніторингу змін пропозиції та попиту відповідних ринків. Моніторинг змін x у часі: відносної заробітної плати, ціни товарів, ставки відсотку, — дає можливість визначити залежність $x = x(t)$, та другу похідну $\dot{x} = \dot{x}(t)$. Виключаючи час t з попередніх двох рівнянь, можна отримати силу $f(x) = \dot{x}(x)$, яка визначить із рівняння (2) потенціальну функцію $u(x)$, необхідну для якісного дослідження стійкості системи.

Література:

1. Фомін І. С. Особливості позиції України щодо вступу до СОТ держав-учасниць митного союзу / І. С. Фомін // Теоретичні та прикладні питання економіки. — 2011. — Вип. 24. — С. 224-229.
2. Езума Т. В. Сучасні тенденції трансформації структури міжнародної торгівлі / Т. В. Езума // Проблемы развития внешнеэкономических связей и привлечения иностранных инвестиций: региональный аспект. — 2008. — Ч. 2. — С. 850-854.
3. Івашук І. О. Міжнародна торгівля у вирішенні глобальних проблем економічного розвитку країн / І. О. Івашук // Наукові записки Національного університету «Острозька академія». — 2011. — Вип. 16. — С. 350-359.
4. Кэмпбелл Р. Макконел. Экономика: принципы, проблемы и политика. В 2 т / Кэмпбелл Р. Макконел, Стенли Л. Брю. — М. : Издательство «Республика», 1993. — Т. 2. — 400 с.
5. Колемаев В. А. Математическая экономика : учебник / В. А. Колемаев. — М. : ЮНИТИ, 1998. — 240 с.
6. Одегов Ю. Г. Рынок труда (практическая макроэкономика труда). Учебник / Ю. Г. Одегов, Г. Г. Руденко, Н. К. Лунева. — М. : Издательство «Альфа-Пресс», 2007. — 900 с.
7. Brownlee O. H. The Theory of Employment and Stabilization Policy / O. H. Brownlee // Journal of Political Economy. — 1950. — V. 58. — P. 412-24.
8. Brunner K. Some Further Investigation of Demand and Supply Functions For Money / K. Brunner, A. Meltzer // Journal of Finance. — 1964. — V. 19. — P. 240-283.
9. Ezekiel M. The Cobweb Theorem / M. Ezekiel // Quarterly Journal of Economics. — 1938. — № 52. — P. 255-280.
10. Ruth M. Modeling Dynamic Economic Systems / M. Ruth, B. Hannon // Springer-Verlag. New York. — 1997. — P. 210-215.
11. Friedman M. The role of monetary policy / M. Friedman // American Economic Review. — 1968. — V. 58 — P. 1-17.
12. Friedman M. Memorandum on monetary policy in treasury and civil service committee / M. Friedman // Memoranda on Monetary Policy. — 1980. — Series 1979-1980. — HSMO.
13. Лондар С. Л. Модельне дослідження формування грошового попиту в українській економіці / С. Л. Лондар, О. С. Деревко // Вісник Дніпропетровської державної фінансової академії. Економічні науки. — 2008. — № 1(19). — С. 143-156.
14. Павлик Х. Альтернативні версії AD/AS та Cobweb: особливості трансформаційного періоду / Х. Павлик // Вісник Львівського університету. Серія економічна. — 2008. — Вип. 39. — С. 385-392.
15. Бандур С. І. Модернізація економіки як чинник трансформації структури зайнятості населення / С. І. Бандур // Ринок праці та зайнятість населення. — 2011. — № 2(27). — С. 3-5.

16. Астахова О. В. Флексибілізація ринку праці в умовах соціально-економічних змін / О. В. Астахова // Ринок праці та зайнятість населення. — 2011. — № 2(27). — С. 6.
17. Лапшин В. І. Моделювання динаміки грошового та товарного ринків при коливанні ринку праці / В. І. Лапшин // Зовнішня торгівля: право та економіка. — 2009. — № 6. — С. 68-73.
18. Лапшин В. І. Математичне моделювання коливань ринку робочої праці / В. І. Лапшин // Зовнішня торгівля: право та економіка. — 2010. — № 2. — С. 127-131.
19. Лапшин В. И. Моделирование колебаний рынков денег, товаров и рабочей силы около состояний равновесия / В. И. Лапшин, В. М. Кузниченко // Бизнесинформ. — 2010. — №4(3). — С. 30-34.
20. Лапшин В. І. Моделювання нелінійної динаміки ринків грошей, товарів та праці / В. І. Лапшин, В. В. Костенко, О. М. Попова / Зовнішня торгівля: економіка, фінанси, право. — 2011. — №5(58). — С. 131-136.
21. Бутенин Н. В. Введение в теорию нелинейных колебаний: Учеб. пособ. для вузов / Н. В. Бутенин, Ю. И. Неймарк, Н. А. Фуфаев. — 2-е изд., испр. — М. : Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1987. — 384 с.
22. Заславский Г. М. Введение в нелинейную физику: От маятника до турбулентности и хаоса / Г. М. Заславский, Р. З. Сагдеев. — М. : Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1988. — 368 с.

Надійшла до редколегії 17.02.2012 р.